

جامعة البعث - امتحان مقرون تحليل المتجهات - الاسم :  
 كلية العلوم - لطلاب السنة الثانية ( ر ) - الدرجة : 100  
 قسم الرياضيات الفصل الأول ٢٠١٧ - ٢٠١٨ - التوقيت : ١١ - ١٢,٣٠

أجب عن جميع الأسئلة الآتية ،

السؤال الأول (25 درجة)

لتكن لدينا المتجهات  $\vec{A} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  ،  $\vec{B} = \vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$  ،  $\vec{C} = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$  والمطلوب أوجد :

(١)  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$  ، تحقق هل المتجهات الثلاثة مرتبطة خطيا ؟ ثم استنتج حجم متوازي

السطوح الذي أضلاعه  $\vec{A}$  ،  $\vec{B}$  ،  $\vec{C}$  .

(٢)  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$  ، متجه الواحدة الموازي للمتجه  $\vec{B} \times \vec{C}$  .

(٣) أوجد  $\text{Proj } \vec{B} / \vec{A}$  (مسقط  $\vec{B}$  على  $\vec{A}$ )

السؤال الثاني : (30 درجة)

(١) بفرض  $\vec{F}(x, y, z) = x^2y\vec{i} - 2y^2z^3\vec{j} + xyz\vec{k}$  حقل متجه والمطلوب أوجد :

$\text{rot } \vec{F}$  ،  $\text{grad}(\text{div } \vec{F})$  ،  $\text{div } \vec{F}$

(٢) أوجد المشتق الموجه للدالة  $(x, y, z) = x^2y + z$  فوق المنحنى  $\vec{A} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

(٣) استنتج متجه السرعة  $\vec{v}(t)$  والتسارع  $\vec{a}(t)$  لنقطة مادية في الاحداثيات الاسطوانية

$(r, \theta, z)$

السؤال الثالث : (45 درجة)

ليكن المنحنى المعطى بالمعادلة المتجهه  $\vec{r}(t) = (1+t^2, t, t^3)$  والمطلوب :

(١) أثبت أن المنحنى نظامي ، أوجد تقوسه والتفافه في النقطة الموافقة للوسيط  $t=0$  .

(٢) أوجد المتجهين  $\vec{T}$  ،  $\vec{B}$  للمنحنى السابق ، ثم أوجد معادلة المستوي المماس للمنحنى

في النقطة الموافقة للوسيط  $t=1$  .

(٣) عرف ناشر منحن ، ثم أوجد معادلة ناشر المنحنى السابق .

مدرسا المقرر : أ.د. سامي الحسين

أ.د. محسن شيحة

مع تمنياتي بالتوفيق

حمص في ٢٠١٨/١/١٥



دالة المتجهية لقرارات المتجهات لطلاب السنة الثانية رياضيات الفصل الأول (١٧-١٨-١٩)

الحل الأول:  $25 = (25 + 5 + 5)$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = -12 - 20 + 1 - [6 + 8 + 5] = -31 - 19 = -50 \neq 0$$

المتجهات غير مرتبطة خطياً، وحجم متوازي السطوح  $|-50| = 50$

$$\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & -4 \end{vmatrix} = (-12 - 5)\vec{i} + (40 + 4)\vec{j} + (1 - 6)\vec{k} = -17\vec{i} + 44\vec{j} - 5\vec{k}$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} \vec{i} + \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 1 \\ -17 & 14 & -5 \end{vmatrix} = (10 - 4)\vec{i} + (-17 + 5)\vec{j} + (14 - 34)\vec{k} = 6\vec{i} - 12\vec{j} - 20\vec{k}$$

$$\vec{u}_{\vec{B} \times \vec{C}} = \frac{\vec{B} \times \vec{C}}{|\vec{B} \times \vec{C}|} = \frac{-17\vec{i} + 44\vec{j} - 5\vec{k}}{\sqrt{(-17)^2 + (44)^2 + (-5)^2}} = \frac{1}{510}(-17\vec{i} + 44\vec{j} - 5\vec{k})$$

$$\text{Proj } \vec{B} / \vec{A} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}|} = \frac{1(1) - 2(3) + 1(5)}{\sqrt{1 + 4 + 1}} = \frac{0}{\sqrt{6}} = 0 \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{B}$$

الحل الثاني:  $(15 + 15 + 10) \times 1$

$$\text{div } \vec{F} = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial F}{\partial z} = 2xy - 4yz^2 + xy = 3xy - 4yz^2$$

$$\text{grad}(\text{div } \vec{F}) = \frac{\partial}{\partial x}(\text{div } \vec{F})\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}(\text{div } \vec{F})\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}(\text{div } \vec{F})\vec{k}$$

$$= 3y\vec{i} + (3x - 4z^2)\vec{j} + 12yz^2\vec{k}$$

$$\text{rot } \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2y & -2y^2z^3 & xyz \end{vmatrix} = (z + 6y^2z^2)\vec{i} - yz\vec{j} - x^2\vec{k}$$

$$\frac{d\vec{f}}{d\vec{A}} = \text{grad } f \cdot \vec{u}_{\vec{A}} = [2xy\vec{i} + x^2\vec{j} + \vec{k}] \cdot \frac{1}{14}[3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}]$$

$$= \frac{1}{14}[6xy - 2x^2 + 1]$$

فيما يتعلق الموضع في الإحداثيات الأسطوانية يكتب المتجه

$$\vec{I} = \cos\theta\vec{i} + \sin\theta\vec{j}$$

معادلة ر

$$\vec{R}(t) = r(t)\vec{I} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{v}(t) = r'\vec{I} + r\theta'\vec{j} + z'\vec{k}$$

$$\vec{a}(t) = (r'' - r\theta'^2)\vec{I} + (r'\theta' + r\theta'')\vec{j} + z''\vec{k}$$



$$\vec{r}(t) = (1+t^2, t, t^3) \Rightarrow \vec{r}'(t) = (2t, 1, 3t^2) \Rightarrow \sqrt{4t^4 + 1 + 9t^4} = \sqrt{13t^4 + 1} \quad \text{ناتج}$$

$$|\vec{r}'(t)| = \sqrt{9t^4 + 4t^2 + 1} \neq 0, \vec{r}'(t) \in C^\infty \Rightarrow$$

المختفي نظامي

$$K(t) = \frac{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}{|\vec{r}'|^3}, \quad \kappa(t) = \frac{(\vec{r}'(t_0), \vec{r}''(t_0), \vec{r}'''(t_0))}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|}$$

$$\vec{r}'(t_0) = (0, 1, 0), \quad \vec{r}'' = (2, 0, 6t) \Rightarrow \vec{r}''|_{t=0} = (2, 0, 0)$$

$$\vec{r}''' = (0, 0, 6) \Rightarrow \vec{r}' \times \vec{r}''|_{t=0} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{k}, \quad (\vec{r}' \times \vec{r}'')|_{t=0} = -2\vec{k}, \quad K(t) = \frac{1+2t}{1} = 2$$

$$(\vec{r}'(t_0), \vec{r}''(t_0), \vec{r}'''(t_0)) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{vmatrix} = -12$$

$$\Rightarrow \kappa(t_0) = \frac{-12}{+4} = -3$$

$$\vec{T} = \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = \frac{(2t, 1, 3t^2)}{\sqrt{9t^4 + 4t^2 + 1}}, \quad \vec{B} = \frac{(\vec{r}' \times \vec{r}'')}{|\vec{r}' \times \vec{r}''|} = \frac{\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2t & 1 & 3t^2 \\ 2 & 0 & 6t \end{vmatrix}}{\sqrt{36t^4 + 36t^2 + 4}} = \frac{6t\vec{i} - 6t^3\vec{j} - 2\vec{k}}{\sqrt{36t^4 + 36t^2 + 4}}$$

معادلة المستوي

$$6(x - x_0) - 6(y - y_0) - 2(z - z_0) = 0$$

$$6(x - 2) - 6(y - 1) - 2(z - 1) = 0 \Rightarrow 6x - 6y - 2z + 20 = 0$$

ناتج شريطة صيغة ناتجة ان  $\vec{r}$  ليس المختفي الا صلي، او  $\vec{r}$  ليس المختفي تقاطع الناشر  
عمودياً. معادلة الناشر

$$\vec{R}^* = \vec{R} + (C - S)\vec{T}$$

حيث  $\vec{T}$  متجه راسية المس للتحني  $\vec{R}$  سادته المختفي  $C$  ثابت  $S$  (الربط الطبيعي)

$$\vec{R}^* = (1+t^2, t, t^3) + (C - S(t)) \frac{(2t, 1, 3t^2)}{\sqrt{9t^4 + 4t^2 + 1}}$$

$$\Rightarrow \vec{R}^* = \left( 1+t^2 + \frac{(C-S(t))2t}{\sqrt{9t^4 + 4t^2 + 1}}, \frac{t + (C-S(t))}{\sqrt{9t^4 + 4t^2 + 1}}, t^3 + \frac{(C-S(t))t^2}{\sqrt{1+4t^2+9t^4}} \right)$$

انتهت الاشارة